

# Maßnahmen zur Unterstützung individueller Lernwege: Eine Übersicht verschiedener Ansätze

Thomas Wassong

Institut für Mathematik  
Universität Paderborn

wassong@math.upb.de

20. März 2018

# Was erwartet Sie in den nächsten 15 Minuten?

- ▶ Projekt VEMINT
- ▶ Übersicht verschiedener Ansätze zur Unterstützung individueller Lernwege
- ▶ Erprobt und weiterentwickelt seit 2003
  - ▶ Organisation der Lehre
  - ▶ Aufbereitung des Lehr- und Lernmaterials
  - ▶ Unterstützung zur Themenauswahl
- ▶ Keine empirische Studie(n)

# Was ist VEMINT?

## Virtuelles **E**ingangstutorium für **MINT**-Fächer

- ▶ Entwicklung und Verbreitung von multimedialen Vorkurs-Materialien seit 2003
- ▶ Entwicklung und Erprobung von Kursszenarien für Brücken- und Vorkurse
- ▶ Team aus Mathematikdidaktikern, Fach-Mathematikern und Hochschuldidaktikern (Darmstadt, Hannover, Kassel, Paderborn)
- ▶ Insgesamt 68 thematisch gegliederte Lernmodule; in Druckform über 1000 Seiten

[www.vemint.de](http://www.vemint.de)



# Problemsituation

## Heterogene Lerngruppe

- ▶ unterschiedliche Bildungswege (Abitur, Fachhochschulreife)
- ▶ Schulen mit unterschiedlichen Schwerpunkten
- ▶ Unterschiede zwischen LK und GK
- ▶ unterschiedliche Lernstrategien
- ▶ unterschiedliche Studiengänge

Die Anfängerzahlen wachsen immer weiter an.

Zudem viele StudienanfängerInnen, die im September noch nicht vor Ort sein können (Umzug, unklare Situation bzgl. Zulassung, Berufstätigkeit).



HOME



MENÜ EINKLAPPEN



ÜBERSICHT



HINFÜHRUNG



ERKLÄRUNG



ANWENDUNGEN



FEHLER



AUFGABEN



INFORMATION



VISUALISIERUNG



ERGÄNZUNGEN



ZURÜCK



WEITER

## Rechengesetze

- Körperaxiome und Rechenregeln
  - **Binomische Formeln**
  - Rechenregeln und Termumformungen
  - Elementare Gleichungen
- Ungleichungen
- Mengen von Zahlen
- Arithmetik

## Logik

## Potenzen

## Funktionen

## Höhere Funktionen

## Analysis

## Vektorrechnung

## Lineare

## Gleichungssysteme

## Stochastik

## Übersicht

- Genetische Hinführung auf algebraischem und geometrischem Weg
- Algebraische und geometrische Begründung und Visualisierung aller Formeln
- Anwendungsbereiche der binomischen Formeln einschließlich interaktiver Aufgaben
- Analyse auftretender Fehler bei der Anwendung
- Aufgabenstellung mit weiterführenden Inhalten



Interaktive Anleitung:  
"So funktioniert ein Modul"



VORHERIGES MODUL



NÄCHSTES MODUL



START MIT HINFÜHRUNG



START OHNE HINFÜHRUNG



INFORMATION



## Zwei Kursangebote

Erstmals im Rahmen des Vorkurses Mathematik 2007  
(September 2007)

- ▶ eLearning- & Präsenzkurse als Alternativangebote
- ▶ 4 Wochen
- ▶ eLearning-Kurs mit 2 Präsenztage pro Woche (Blended Learning)
- ▶ P-Kurse nach Studiengängen differenziert

## Modulempfehlungen für den E2 Kurs (BA /GYM/Technom.)

Liebe Vorkursteilnehmer,

unten finden Sie eine Tabelle mit **Bearbeitungsvorschlägen** für Sie. Wir empfehlen Ihnen eine Lernzeit von ca. 24 - 28 Stunden pro Woche, wobei Sie sich mit einem Modul etwa 3 Stunden auseinandersetzen sollen. Planen Sie ihre Lernzeit sorgfältig und nutzen Sie für Ihre Lernplanung den Stundenplan (s.u.).

Zum Umgang mit den Modulempfehlungen:

Nutzen Sie die **diagnostischen Vor- und Nachtests** in moodle, damit Sie die Stellen ausfindig machen, bei denen Sie noch unsicher sind. Arbeiten Sie gezielt diese Punkte mit dem Material nach. Wir empfehlen Ihnen, Ihre in den diagnostischen Tests erreichte Punktzahl in die Tabelle einzutragen, damit Sie einen Überblick über Ihre Leistungen und Ihre Verbesserungen haben.

Wenn Sie Module bearbeitet haben, können Sie in das entsprechende Feld ein ✓ machen.

Die **Checkliste** soll Ihnen schließlich dabei helfen, ihren Lern- und Wissensstand **selbstständig** zu reflektieren. Haken Sie hier die Punkte ab, die Sie für sich bejahen können.

|                  |                                   |   | Diagn. Vortest | Hinführ. | Erklär. | Anwend. | Fehler | Aufg. | Info | Visual. | Ergänz. | Diagn. Nachtest |
|------------------|-----------------------------------|---|----------------|----------|---------|---------|--------|-------|------|---------|---------|-----------------|
| 1. Rechengesetze | 1.1 Körperaxiome und Rechenregeln | 1.1.1 Binomische Formeln*               |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  |                                   | 1.1.2 Rechenregeln und Termumformungen* |                | X        |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  | 1.1.3 Elementare Gleichungen*     |   |                |          |         |         |        |       |      | X       |         |                 |
|                  | 1.2 Ungleichungen                 | 1.2.1 Anordnungen**                     |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  |                                   | 1.2.2 Betrag**                          |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  | 1.3 Mengen von Zahlen             | 1.3.1 Grundlagen***                     |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  |                                   | 1.3.2 Mengenoperationen***              |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  | 1.4 Arithmetik                    | 1.4.1 Stellenwertsystem***              |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |
|                  |                                   | 1.4.2 Teilbarkeit**                     |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                 |

\* Schulstoff

\*\* optionaler Schulstoff

\*\*\* Inhalte, die vermutlich nicht (oder nicht ausführlich) in der Schule behandelt wurden.

|                            |   |  | Diagn. Vortest | Hinführ. | Erklär. | Anwend. | Fehler | Aufg. | Info | Visual. | Ergänz. | Diagn. Nachttest |  |
|----------------------------|---|--|----------------|----------|---------|---------|--------|-------|------|---------|---------|------------------|--|
| 2. Logik                   | 2.1 Logik kompakt                                   | 2.1.1 Aussagen und Wahrheitswerte***                       |                |          |         |         |        |       |      | X       |         |                  |  |
|                            |   | 2.1.2 Wenn-dann-Aussagen und Äquivalenzen***               |                |          |         |         |        |       |      | X       | X       |                  |  |
|                            |   | 2.1.3 Beweisstrategien, Methodik und Formalla***           |                |          |         |         |        |       |      | X       |         |                  |  |
|                            | 2.3 Aussagenlogik                                   | 2.2.1 Aufbau der Aussagenlogik***                          |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
|                            |   | 2.2.2 Negation***  |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
|                            |   | 2.2.3 Konjunktionen und Disjunktionen***                   |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
|                            |   | 2.2.4 Implikationen und Äquivalenzen***                    |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
| 2.3 Prädikatenlogik        | 2.3.1 Prädikatenlogik***                            |  |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
| 2.4 Logische Schlussweisen | 2.4.1 Logische Schlussweisen                        |  |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
| 3. Potenzen                | 3.1. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten           | 3.1.1 Rechengesetze*                                       |                |          |         |         | X      |       |      | X       | X       |                  |  |
|                            |   | 3.1.2 Die geometrische Folge und die geometrische Reihe*** |                |          |         |         |        |       |      | X       | X       |                  |  |
|                            |   | 3.1.3 Binomialkoeffizienten und der binomische Lehrsatz**  |                |          |         |         |        |       |      | X       |         |                  |  |
|                            |   | 3.1.4 Zinsrechnung*  |                | X        |         |         |        | X     | X    |         | X       | X                |  |
|                            | 3.2 Potenzen mit rationalen Exponenten              | 3.2.1 Quadratwurzeln und rationale Exponenten*             |                |          |         |         |        |       |      |         | X       | X                |  |
|                            |   | 3.2.2 Quadratische Gleichungen*                            |                |          |         |         |        |       |      |         | X       | X                |  |
| 4. Funktionen              | 4.1 Lineare, quadratische und allgemeine Funktionen | 4.1.1 Lineare Funktionen*                                  |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
|                            |   | 4.1.2 Quadratische Funktionen*                             |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |
|                            |   | 4.1.3 Funktionen und ihre Eigenschaften***                 |                |          |         |         |        |       |      |         |         |                  |  |

\* Schulstoff

\*\* optionaler Schulstoff

\*\*\* Inhalte, die vermutlich nicht (oder nicht ausführlich) in der Schule behandelt wurden.



## Checkliste (1)

### Module 1.1.1 – 1.1.2

- Sie können die binomischen Formeln algebraisch herleiten und graphisch interpretieren.
- Sie können die binomischen Formeln in beide Richtungen auch mit komplexen Termen anwenden.
- Sie können die binomischen Formeln zum Kopfrechnen verwenden.
- Sie kennen und verstehen die Grundrechenregeln und können das Kommutativ- und Assoziativgesetz veranschaulichen.
- Sie können die Bruchrechnung auch mit komplexeren Termen ausführen:
  - Addition
  - Subtraktion
  - Multiplikation
  - Division
- Sie können Standardregeln der Bruchrechnung bei Termumformungen anwenden.
- Sie können algebraische Terme geometrisch interpretieren.

### Module 1.1.3 – 1.2.2

- Sie wissen was man unter einer Linearen Gleichung versteht und können Beispiele hierzu angeben.
- Sie wissen was Äquivalenzumformungen sind und verstehen ihre Bedeutung für das Lösen von (Un-)Gleichungen.
- Sie können zu einer Linearen Gleichung und einer Bruchgleichung die Lösungsmenge angeben.
- Sie kennen und verstehen die Begriffe „Transitivität“, „Monotonie der Addition“ und „Monotonie der Multiplikation“ in Bezug auf die „Kleiner-Relation“ und die „Kleiner-oder-Gleich-Relation“
- Sie können Ungleichungen lösen und sowohl die Aufgabenstellung als auch die Lösungen graphisch interpretieren.
- Sie verstehen die Definition des „Absolutbetrags“ und seine geometrische Interpretation, und können entsprechende Rechenregeln zum Lösen von (Un-) Gleichungen anwenden.

### Module 1.3.1 – 1.3.2

- Sie wissen was man unter einer Menge versteht und können diese in verschiedenen Darstellungsweisen angeben und lesen.
- Sie wissen was man unter einer Teilmenge und der Mächtigkeit einer Menge versteht.
- Sie kennen die Mengenoperationen Vereinigung, Durchschnitt und Differenz und können diese bei gegebenen Mengen ausführen.
- Sie wissen was man unter dem Komplement einer Menge versteht und können dieses zu einer gegebenen Menge bestimmen.
- Sie wissen was es bedeutet, wenn zwei Mengen disjunkt sind.
- Sie kennen und verstehen die unterschiedlichen Zahlbereiche ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{Q}$ ) und ihre Beziehung zueinander.

## Stundenplan für den E Kurs \_\_\_\_ Woche: \_\_\_\_

| Uhrzeit | Montag | Dienstag | Mittwoch | Donnerstag | Freitag |
|---------|--------|----------|----------|------------|---------|
| 7:00    |        |          |          |            |         |
| 8:00    |        |          |          |            |         |
| 9:00    |        |          |          |            |         |
| 10:00   |        |          |          |            |         |
| 11:00   |        |          |          |            |         |
| 12:00   |        |          |          |            |         |
| 13:00   |        |          |          |            |         |
| 14:00   |        |          |          |            |         |
| 15:00   |        |          |          |            |         |
| 16:00   |        |          |          |            |         |
| 17:00   |        |          |          |            |         |
| 18:00   |        |          |          |            |         |
| 19:00   |        |          |          |            |         |
| 20:00   |        |          |          |            |         |
| 21:00   |        |          |          |            |         |
| 22:00   |        |          |          |            |         |
| 23:00   |        |          |          |            |         |
| 24:00   |        |          |          |            |         |

Geben Sie zwei Polynome  $f(x)$  und  $g(x)$  an, die [Frage nachbessern](#) | [Starte die Frage-Tests...](#)  
aus mindestens zwei Summanden bestehen, sodass die Polynomdivision  
 $f(x) : g(x)$  ohne Rest aufgeht. Dabei gelte  $f(x) \neq g(x)$  und  $x \in \mathbb{R}$ .

$$f(x) = x^4 + 2 \cdot x$$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:  $x^4 + 2 \cdot x$

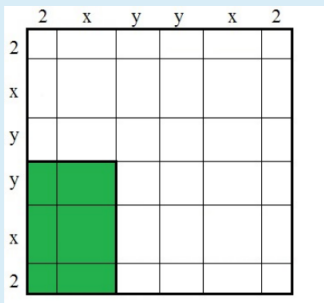
$$g(x) = x^2 + x$$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:  $x^2 + x$

Leider geht die Polynomdivision Ihrer beiden Polynome nicht ohne Rest auf.

Geben Sie drei verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung der grünen Fläche an!

Frage verbessern | Starte die Frage-Tests...



(1)

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:  $(2 + x) \cdot (y + x + 2)$

Richtige Antwort, gut gemacht.

(2)

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:  $2 \cdot y + x \cdot y + x \cdot 2 + x \cdot x + 4 + 2 \cdot x$

Richtige Antwort, gut gemacht!

(3)

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:  $(2 + x) \cdot (2 + x + y)$

Dies haben Sie bereits bei (1) angegeben.

Geben Sie die richtige Produktschreibweise an von: [Frage nachbessern](#) | [Starte die Frage-Tests...](#)

a)  $16x^2 + 9z^2 + 24xz =$

b)  $-4x^2 + 49m^2 =$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:  $(7 \cdot m - 2 \cdot x)^2$

Die folgenden Variablen wurden gefunden:  $[m, x]$

Leider haben Sie die 2. binomische Formel anstelle der 3. verwendet.

c)  $2m + 4mz + 16mz =$

Dabei gelte:  $m, x, z \in \mathbb{R}$



HOME



MENÜ EINKLAPPEN



ÜBERSICHT



HINFUHRUNG



ERKLÄRUNG



ANWENDUNGEN



FEHLER



AUFGABEN



INFORMATION



VISUALISIERUNG



ERGÄNZUNGEN



ZURÜCK



WEITER

Rechengesetze

Logik

Potenzen

Funktionen

Höhere Funktionen

Polynome

Exponential- und  
Logarithmusfunktion

- Potenz- und  
Logarithmengesetze

- Die allgemeine  
Exponentialfunktion

- Die  
Exponentialfunktion  
zur Basis  $e$

- Der natürliche  
Logarithmus

- Allgemeine Potenzen  
und Logarithmen

Trigonometrische  
Funktionen

Analysis

Vektorrechnung

Lineare

Gleichungssysteme

Stochastik

## Begründung/Interpretation/Herleitung

### Definition 5.2.3-2

Die Eulersche Zahl  $e = 2,71828\dots$  ist definiert als der Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Man kann zeigen, dass die folgende Summe ebenfalls gegen die Eulersche Zahl strebt:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots = e.$$

### Approximation von $e$ als Dezimalbruch

Die Folgenglieder

$$f_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

und

$$g_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

sind rationale Zahlen. Trotzdem ist die Eulersche Zahl als Grenzwert von  $f_n$  bzw.  $g_n$  keine rationale Zahl. Wir berechnen einige Folgenglieder:

| $n$                           | 1               | 2               | 3                 | 4                   | 5                      | 6                        | 7 |
|-------------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------|--------------------------|---|
| $f_n$ (als Bruch)             | $2 \frac{9}{4}$ | $\frac{64}{27}$ | $\frac{625}{256}$ | $\frac{7776}{3125}$ | $\frac{117649}{46656}$ | $\frac{2097152}{823543}$ |   |
| $f_n$ (in Dezimalentwicklung) | 2,25            | 2,37037         | 2,44141           | 2,48832             | 2,52163                | 2,5465                   |   |
| $g_n$ (als Bruch)             | $2 \frac{5}{2}$ | $\frac{8}{3}$   | $\frac{65}{24}$   | $\frac{163}{60}$    | $\frac{1957}{720}$     | $\frac{685}{252}$        |   |





HOME



MENÜ EINKLAFFEN



ÜBERSICHT



HINFÜHRUNG



ERKLÄRUNG



ANWENDUNGEN



FEHLER



AUFGABEN



INFORMATION



VISUALISIERUNG



ERGÄNZUNGEN



ZURÜCK



NEUSTART



## Rechengesetze

## Logik

## Potenzen

## Funktionen

## Höhere Funktionen

### Polynome

### Exponential- und Logarithmusfunktion

- Potenz- und  
Logarithmengesetze
- Die allgemeine  
Exponentialfunktion
- **Die  
Exponentialfunktion  
zur Basis e**
- Der natürliche  
Logarithmus
- Allgemeine Potenzen  
und Logarithmen

### Trigonometrische Funktionen

## Analysis

## Vektorrechnung

## Lineare

## Gleichungssysteme

## Stochastik

## Aufgaben

### Aufgabe 5.2.3-8

Eine Bank bietet einen Kredit zu einem Jahreszinssatz von 4% an. Nun will sie die Verzinsung ändern und bietet den Kunden halbjährlich einen Zinssatz von 2%.

1. Wenn ein Freund sie um Rat fragt, würden Sie ihm empfehlen das Angebot anzunehmen oder nicht? Begründen Sie Ihre Antwort!
2. Gehen Sie von einer Anfangsverschuldung von 17500 € aus, und berechnen Sie für beide Modelle den neuen Kontostand nach einem Jahr!
3. Was passiert, wenn die Verzinsung auf  $\frac{1}{4}$  % pro Vierteljahr und was, wenn sie auf  $\frac{1}{360}$  % pro Tag gesetzt wird?
4. Untersuchen Sie, was demnach beim Übergang zur stetigen Verzinsung geschieht!  
**Tipp:** Rechnen Sie mit gleichbleibendem Zinssatz pro Jahr, aber kleineren Zinsintervallen und vergleichen Sie die resultierenden Kontostände nach einem Jahr (z.B. in einer Tabelle).

[Lösung anzeigen](#)

### Aufgabe 5.2.3-9

#### Analysieren Sie!

Gegeben sei ein exponentieller Wachstumsprozess durch die Funktionsvorschrift  $f(x) = 180 \cdot e^{2,5x}$ . Eine Kommilitonin behauptet, dass man den Startwert sowohl in der Funktionsvorschrift als auch am Graph stets sofort ablesen kann.

1. Zeichnen Sie die Funktion und überprüfen Sie die Richtigkeit Ihrer Aussage!
2. Betrachten Sie die allgemeine Funktionsvorschrift  $f(x) = a \cdot e^{bx}$ . Geben Sie den Startwert an und überlegen Sie, wo der entsprechende Punkt im Graphen zu finden ist.

[Lösung anzeigen](#)

### Aufgabe 5.2.3-10

## Lernzentren im E-Kurs

- ▶ Zwei Präsenztermine pro Woche
- ▶ Keine Vorlesung, sondern Lernzentren zu bestimmten Themen
- ▶ Themenauswahl je nach Studiengangsgruppe
- ▶ Inhaltliche Vorbereitung ist notwendig, Aufgaben werden im Vorfeld hochgeladen
- ▶ Angebot der Themen in jeder Woche orientieren sich an einem Idealplan



# Zusammenfassung

- ▶ Organisation der Lehre
  - ▶ P-Kurs vs. E-Kurs
  - ▶ Studiengangsspezifische Ausrichtung (Lernzentren, ...)
- ▶ Aufbereitung des Lehr- und Lernmaterials
  - ▶ Unterstützung verschiedener Lernzugänge
  - ▶ Steuerung des Lernstands
  - ▶ Unterstützung multipler Plattformen
  - ▶ Videobasierte Einstiegshilfe
- ▶ Unterstützung bei der Themenauswahl
  - ▶ Modulempfehlungen
  - ▶ Diagnostische Tests (STACK-basiert)

# Ausblick

- ▶ Die Kursszenarien unterliegen einer kontinuierlichen Weiterentwicklung mit wissenschaftlicher Begleitforschung.
- ▶ Einen guten Überblick über das Projekt bieten die folgenden Beiträge:

Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W. & Wassong, T. (2014). VEMINT – Interaktives Lernmaterial für mathematische Vor- und Brückenkurse. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, ...T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse: Konzepte, Probleme und Perspektiven* (S. 261–276). Wiesbaden: Springer Spektrum

Bausch, I., Fischer, P. R. & Oesterhaus, J. (2014). Facetten von Blended Learning Szenarien für das interaktive Lernmaterial VEMINT – Design und Evaluationsergebnisse an den Partneruniversitäten Kassel, Darmstadt und Paderborn. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, ...T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse* (S. 87–102). Wiesbaden: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-658-03065-0\_7

Biehler, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R. & Wassong, T. (2012). Self-regulated learning and self assessment in online mathematics bridging courses. In A. A. Juan, M. A. Huertas, S. Trenholm & C. Steegmann (Hrsg.), *Teching Mathematics Online. Emergent Technologies and Methodologies* (S. 216–237). Hershey: IGI Global. doi:10.4018/978-1-60960-875-0.ch11

Fischer, P. R. (2014). *Mathematische Vorkurse im Blended-Learning-Format. Konstruktion, Implementation und wissenschaftliche Evaluation*. Wiesbaden: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-658-05813-5

Kempen, L. & Wassong, T. (2017). VEMINT mobile with Apps: Der gezielte Einsatz von mobilen Endgeräten in einem Mathematik-Vorkurs unter Verwendung der multimedialen VEMINT-Materialien. In R. Kordts-Freudinger, D. Al-Kabbani & N. Schaper (Hrsg.), *Hochschuldidaktik im Dialog. Beiträge der Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Hochschuldidaktik (dghd) 2015* (Bd. 131, S. 15–40). Bielefeld: wbv



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

wassong@math.upb.de

<http://www.vemint.de>