



Individualisierte Studieneingangsphase im Fach Mathematik und Einführung in das mathematische Arbeiten

Alternatives Studienmodell im Fach Mathematik mit verändertem Einstieg (B.Sc. und B.Ed.)
Systematische Einführung in das mathematische Argumentieren und Beweisen

Jan-Hendrik Treude, Fachbereich für Mathematik und Statistik, Universität Konstanz, jan-hendrik.treude@uni.kn
(Bisherige Konzeption und Durchführung zusammen mit Prof. Heinrich Freistühler und Prof. Oliver Schnürer)

Individualisierte Studieneingangsphase (ISE) im Fach Mathematik (besteht seit Wintersemester 2016/17)

Das Mathematikstudium erfordert eine gewisse "Eingewöhnungszeit", bis man "so richtig drin ist". – Was, wenn das ein bisschen länger dauert?

Grundgedanke:

Für mittel- und langfristigen Studienerfolg ist das gründliche Erlernen von grundlegenden Methoden und Arbeitsweisen zu Studienbeginn wichtig:

- Mit (formalen) mathematischen Begriffen *praktisch umgehen können*.
- Anschauungsebene und formale Ebene verbinden.
- (Formale) mathematische Argumentationen / Begründungen / Erklärungen nachvollziehen sowie *systematisch* selbst finden / konstruieren.
- Wissen, was überhaupt einen (guten / korrekten) Beweis ausmacht.
- Das Beweisen als *strukturierten Prozess* mit klaren Regeln verstehen.
- Mathematische Gedankengänge korrekt und verständlich verschriftlichen.

Vielen Studienanfängern fällt das Erlernen dieser Dinge erfahrungsgemäß (zu) schwer. Mit der ISE möchten wir diese in mehrerer Hinsicht dabei unterstützen:

- Durch zusätzliche Lehr- und Lernveranstaltungen, sowohl zur Unterstützung der "gewöhnlichen" Vorlesungen wie auch ergänzend.
- Durch die Bereitstellung zeitlicher Kapazitäten, um diese zusätzlichen Veranstaltungen nutzen zu können.
- Durch mehr persönliche Beratung und Feedback, um ein individuelles Studieren zu ermöglichen.

Das veränderte erste Studienjahr bei Teilnahme an der ISE:

Von den beiden zweisemestrigen Anfängervorlesungen Lineare Algebra und Analysis wird eine in das zweite Studienjahr verschoben. Dafür besucht man im ersten Studienjahr zusätzlich die Einführung in das mathematische Arbeiten sowie

eine die Lineare Algebra oder Analysis unterstützende Plenumsübung und nimmt an der Mathematikwerkstatt (einem offenen Lernraum) teil.

Lineare Algebra I / II (Vorlesung mit Übungen)	Einführung in das mathematische Arbeiten I / II (Vorlesung mit Übungen)
6 SWS	6 SWS
Plenumsübung zur Linearen Algebra I / II	Mathematikwerkstatt (offener Lernraum)
2 SWS	2 SWS

Der Einstieg in die ISE ist prinzipiell jederzeit im ersten Studienjahr möglich.

Ein Orientierungstest mit persönlicher Besprechung nach etwa einem Monat soll helfen, sich für dieses oder das traditionelle Studienmodell zu entscheiden.

Die zusätzlichen Veranstaltungen stehen auch allen Studierenden offen, die nicht "offiziell" an der ISE teilnehmen.

Schaffung zeitlicher Kapazitäten zur Nutzung der zusätzlichen Angebote

Das erste / zweite Semester zählt nicht in die Regelstudienzeit, falls zusätzlich zur Teilnahme an obigen Veranstaltungen die Übungen zur Linearen Algebra I/II (wahlweise Analysis) sowie die Übungen und Prüfung zur Einführung in das mathematische Arbeiten I/II erfolgreich abgeschlossen werden.

Einführung in das mathematische Arbeiten (besteht seit Wintersemester 2016/17)

These: Vor allem das formale Arbeiten mit Begriffen bereitet vielen Studienanfängern Schwierigkeiten und ist Grund für (möglichen) Misserfolg.

Komplett eigenständige Veranstaltung:

Vorlesung 2 SWS
(gehalten von einem Professor)

Plenumsübung 2 SWS
(häufig als Präsenzübung)

Tutorium 2 SWS
(studentische Tutoren)

Mündliche Prüfungen
(Feedbackmöglichkeit)

Sowohl im ersten als auch im zweiten Semester.
Teilnahme auf freiwilliger Basis.

Grundsätze und didaktische Ansätze:

Die Methodik steht im Mittelpunkt:

- Formale Begriffe nachvollziehen
- Argumentieren und Formulieren
- Beweisstrategien und Aspekte der Logik

Einfache Themen, die methodisch viel hergeben (siehe rechts), als "Übungsrahmen".

Ausführlich Erklären, Diskutieren, Wiederholen.

Den Prozess der mathematischen Beweisfindung (und Ausformulierung) transparent vormachen.

Viel Üben mit intensiver Rückmeldung

- Präsenzübungsphasen
- Kleine, einfache "Fingerübungen" um Techniken zu festigen und Erfolgserlebnisse zu schaffen.
- Aktivieren: "Wie macht man das jetzt konkret"

Themen:

Mengen und Abbildungen

- Grundlegendes Argumentieren und Beweismethodik
- Wann gilt $A \setminus B = B \setminus A$ für zwei Mengen A und B ?
- Zeige: Für $f : X \rightarrow Y$ sind äquivalent:

$$(i) f \text{ ist injektiv} \quad (ii) \forall A \subseteq X : f^{-1}(f(A)) = A$$

Lineare Algebra im $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^n$

- Größerer Begriffsrahmen führt zu mehr Komplexität: Linearkombination, lineare Unabhängigkeit, linearer Spann (Gerade, Ebene), lineare Abbildungen, ...
 - Zeige: Für $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^7$ sind äquivalent:
- $$(i) f \text{ ist injektiv} \quad (ii) \forall x \in \mathbb{R}^5 : f(x) = 0 \iff x = 0$$
- **Wichtig:** Argumentieren, nicht (wenig) rechnen.

Stetigkeit und Konvergenz:

- Komplexere logische Begriffskonstruktionen
- Verbindung von Anschaulichem und Formalem

Bisherige Erfahrungen und offene Fragen

Erfahrungen

- 10% – 20% Teilnahmequote im ersten Jahr.
Entscheidung zur Teilnahme fällt vielen scheinbar schwer.
- Positive Rückmeldung von den teilnehmenden Studierenden.
Besonders die Ausführlichkeit, das betreute Üben und die Aufgaben sowie der enge persönliche Kontakt werden gelobt.
- Lernzuwachs ist sichtbar / erlebbar
- Ausführlichere "Experimentierphase" scheint sinnvoll.

Perspektivische Fragen

- Wie lassen sich mehr Studierende zur Teilnahme motivieren?
- Gelingt den Studierenden der Transfer ins restliche Studium?
Ließe sich das auf sinnvolle Weise überprüfen?
- Was könnte man inhaltlich oder methodisch verbessern?
- Wäre eine verbindlichere Verankerung im Studium sinnvoll? (der Einführung in das mathematische Arbeiten)
- Wie viel Unterstützung ist sinnvoll und leistbar?

Kontakt / Austausch?

Jan-Hendrik Treude
Fachbereich Mathematik
Universität Konstanz
jan-hendrik.treude@uni.kn